

(2) 根据题意得 $(5+15)(9m+30n)=100\times 15$, $\therefore 3m+10n=25$. $\because m, n$ 为整数, $\therefore m=5$, $n=1$, $\therefore m+n=6$.

(3) 设这个小球的质量为 x g, 若干个物体 N 的总质量为 y g.

根据题意得 $\begin{cases} 50(x+y)=2\times 100\times 15, \\ 30(x+2y)=2\times 100\times 15, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=20, \\ y=40. \end{cases}$

答: 这个小球的质量为 20 g.

第十一章 不等式与不等式组

11.1 不等式

11.1.1 不等式及其解集



1. C 【解析】根据不等式的概念可知, 不等式有 ①②⑤⑥, 共 4 个. 故选 C.

2. D 【解析】A、B、C 选项蕴含相等关系; D 选项中正数是指大于零的数, 蕴含不等关系.

3. B 【解析】 \because 纪录用时为 t_0 , \therefore 若今后的选手要打破该纪录, 则比赛用时 $t < t_0$. 故选 B.

4. A 【解析】根据题意得 $100(1-10\%)x \geq 750$. 故选 A.

5. $210x+90(15-x) \geq 2\ 000$ 【解析】由题意得 $210x+90(15-x) \geq 2\ 000$.

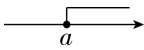
6. 【解】(1) $2a-4 > 0$.

(2) $x-y \geq 0$.

(3) $|x|+1 \geq 1$.

(4) $m > 2n$.

7. D 【解析】设这个数为 x , 则 $x \geq a$, 在数轴上表示如下:



故选 D.

8. $2x < -1$ (答案不唯一) 【解析】符合要求的不等式可以为 $2x < -1$, 故答案为 $2x < -1$ (答案不唯一).

9. 【解】把 76, 73, 79, 80, 74. 9, 75. 1, 90 分别代入不等式 $2x > 150$, 使之成立的有 76, 79, 80,

刷有所得
用“<”“>”或“≠”等符号表示不等关系的式子叫作不等式.
关键点拨
掌握不等式两边加(或减)同一个数(或式子), 不等号的方向不变是解题的关键.
关键点拨
在数轴上表示不等式的解集, 掌握若边界点含于解集为实心圆点, 不含于解集为空心圆圈; 小于向左, 大于向右是解题的关键.

75. 1, 90, 该不等式的解还有 77, 78, 81, 82, ..., 该不等式的解有无数个, 发现所有大于 75 的数均是该不等式的解.

11.1.2 不等式的性质



1. A 【解析】A 选项, $\because a > b, c = d$, $\therefore a + c > b + d$, 故该选项符合题意; B 选项, 当 $a = 2, b = 1, c = d = 3$ 时, $a + b < c + d$, 故该选项不符合题意; C 选项, 当 $a = 2, b = 1, c = d = -3$ 时, $a + c < b - d$, 故该选项不符合题意; D 选项, 当 $a = -1, b = -2, c = d = 3$ 时, $a + b < c - d$, 故该选项不符合题意. 故选 A.

2. A 【解析】 $\because m + 2\ 026 \leq n + 2\ 026$, $\therefore m \leq n$, 故 A 选项符合题意. 故选 A.

3. D 【解析】若 $a > b - 1$, 不等式两边加 1 可得 $a + 1 > b$, 故 A 不符合题意, D 符合题意; 根据 $a > b - 1$, 无法得到 $a - 1 < b, a > b$, 故 B、C 不符合题意. 故选 D.

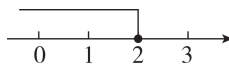
4. $<$ 【解析】根据题图可知 $x < 5$, 所以 $x - 3 < 2$. 故答案为 $<$.

5. A 【解析】 $\because a < b$, $\therefore -2a > -2b$. 故选 A.

6. D 【解析】A 选项, 由题图可知, $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$, 故不符合题意; B 选项, 由题图可知, $a < b$, 故不符合题意; C 选项, 由题图可知, $a < b$, 故不符合题意; D 选项, 由题图可知, $a > b, c >$

0, 则 $ac > bc$, 故符合题意. 故选 D.

7. D 【解析】 $\because -\frac{1}{2}x + 1 \geq 0, \therefore -x + 2 \geq 0, \therefore -x \geq -2, \therefore x \leq 2$, 解集在数轴上表示为



, 故选 D.

8. B 【解析】由 $a - 1 > 0$ 得 $a > 1, \therefore -a < -1, \therefore -a < -1 < 1 < a$, 故选 B.

9. -6 (答案不唯一) 【解析】由 $am < an$ 得出 $m > n$, 不等号的方向发生了改变, $\therefore a < 0$, 则 a 的值可以是 -6. 故答案为 -6 (答案不唯一).

10. \geq 【解析】 $\because -4a + 2 < -4b + 2, \therefore -4a < -4b, \therefore a > b$, 故答案为 $>$.

11. $m < 3$ 【解析】 \because 不等式 $(m - 3)x < 3 - m$ 的两边同除以 $m - 3$, 得 $x > -1$, 不等号的方向改变, $\therefore m - 3 < 0$, 解得 $m < 3$. 故答案为 $m < 3$.

12. 【解】(1) $\because x < y$, 且 $2 > 0$ (已知), $\therefore 2x < 2y$ (不等式的性质 2), $\therefore 2x - 1 < 2y - 1$ (不等式的性质 1). 故答案为 $<$.

(2) $2 - 3x < 2 - 3y$. 理由: $\because x > y$, 且 $-3 < 0$ (已知), $\therefore -3x < -3y$ (不等式的性质 3), $\therefore 2 - 3x < 2 - 3y$ (不等式的性质 1).

13. 【解】这两种改法都正确. 理由如下: (1) $a > b > 0$, 利用不等式的性质 2 得 $a^2 > ab, ab > b^2$, 由不等关系可以传递得 $a^2 > b^2$.

(2) $a < b < 0$, 利用不等式的性质 3 得 $a^2 > ab, ab > b^2$, 由不等关系可以传递得 $a^2 > b^2$.

刷提升

1. A 【解析】 $\because ab < 0, a + b > 0, \therefore a, b$ 异号, 且正数的绝对值大于负数的绝对值, $\therefore a, b$ 各自对应着 M, P 两个点中的某一点. $\because a + c > b + c, \therefore a > b, \therefore$ 表示数 b 的点为点 M . 故选 A.

2. B 【解析】 $\because 3a + 2b = 2c + 3d, a > d, \therefore 2a + 2b < 2c + 2d, \therefore a + b < c + d, \therefore \frac{a+b}{2} < \frac{c+d}{2}$, 即 $\frac{c+d}{2} > \frac{a+b}{2}$, 故选 B.

关键点拨

不等式两边乘同一个负数, 不等号的方向改变, 不等式两边乘同一个正数, 不等号的方向不变.

3. B 【解析】由题图(1)、题图(2), 得 $S > P > R, \therefore S - P > 0$. 由题图(3), 得 $P + R > Q + S, \therefore S - P < R - Q, \therefore R - Q > 0, \therefore R > Q$. 综上, $Q < R < P < S$. 故选 B.

4. 【解】(1) 材料中“▲”处空缺的内容为 $<$, 故答案为 $<$.

(2) $\because a < b, \therefore a + c < b + c$ (依据: 不等式的性质 1). $\because c < d, \therefore b + c < b + d, \therefore a + c < b + d$. 故答案为不等式的性质 1, $b + c < b + d$.

(3) $\because -2 < 2y < 0, \therefore -1 < y < 0. \because 1 < x < 2, \therefore 0 < x + y < 2$.

刷素养

5. 【解】(1) $\because c = 2, a + b - c = 0, \therefore b = -a + c = -a + 2, \therefore a - b = a - (-a + 2) = 2a - 2. \because a > 0, \therefore 2a > 0, \therefore 2a - 2 > -2, \therefore a - b > -2$.

(2) $\because c$ 是正整数, $\therefore 2c$ 是偶数. $\because a + b - c = (a + b + c) - 2c$, 且 $a + b + c$ 是偶数, $\therefore (a + b + c) - 2c$ 是偶数, 即 $a + b - c$ 是偶数.

11.2 一元一次不等式

课时 1 一元一次不等式的解法

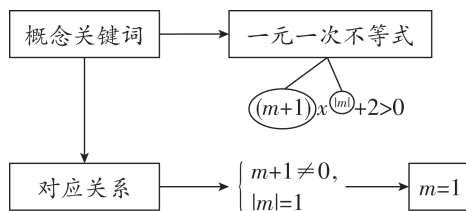
刷基础

1. B 【解析】①中含未知数的项的最高次数是 2, ②中含有两个未知数, ③中不等号左边不是整式, 它们都不符合一元一次不等式的概念, 不是一元一次不等式; ④⑤⑥符合一元一次不等式的概念. 因此, 一元一次不等式有 3 个.

思路分析

利用一元一次不等式的概念判断即可确定出 m 的值.

2. 1 【解析】



3. D 【解析】 $4x < 3x + 2$, 移项、合并同类项得 $x < 2$. 故选 D.

4. C 【解析】 $-3x + 9 > 0, 3x < 9, \therefore x < 3, \therefore -3x + 9 > 0$.

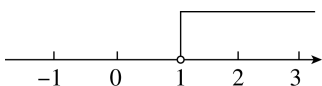
0 的非负整数解有 2, 1, 0, 共 3 个. 故选 C.

5. A 【解析】 $\because x-a>0, \therefore x>a. \therefore$ 不等式 $x-a>0$ 有 2 个负整数解, \therefore 不等式的负整数解为 $x=-1, x=-2, \therefore -3 \leq a < -2$. 故选 A.

6. $x>1$ 或 $x<1$ 【解析】①当 $a>0$ 时, $x>1$; ②当 $a<0$ 时, $x<1$.

7. 1 7 【解析】当 $x=-2$ 时, 第 1 次运算结果为 $2 \times (-2) + 5 = 1 < 20$, \therefore 当 $x=-2$ 时, 输出结果是 1. 由题意, 得 $2x+5 < 20$, 解得 $x < 7.5$, \therefore 使代数式 $2x+5$ 的值小于 20 的最大整数 x 是 7.

8. 【解】去分母, 得 $4x-2>3x-1$,
移项, 得 $4x-3x>-1+2$,
合并同类项, 得 $x>1$.
将不等式的解集表示在数轴上如下:



9. 【解】(1) 当 $m=1$ 时, $\frac{2-x}{2} > \frac{1}{2}x-1$,

$$2-x > x-2,$$

$$x < 2,$$

所以该不等式的非负整数解为 0, 1.

$$(2) \frac{2m-mx}{2} > \frac{1}{2}x-1,$$

$$2m-mx > x-2,$$

$$(m+1)x < 2(m+1),$$

当 $m \neq -1$ 时, 不等式有解.

当 $m > -1$ 时, 原不等式的解集为 $x < 2$;

当 $m < -1$ 时, 原不等式的解集为 $x > 2$.

刷易错

10. (1) 不等式的性质 2 五 不等式两边除以同一个负数时, 不等号的方向未改变

$$(2) x \geq \frac{5}{3}$$

刷提升

1. B 【解析】 $\because 3a-22$ 和 $2a-3$ 是实数 m 的两个平方根, $\therefore 3a-22+2a-3=0$, 解得 $a=5$, $\therefore 2a-3=7, \therefore m=49, \therefore t=\sqrt{m}=7. \therefore \frac{2x-t}{3}$

易错警示

利用不等式的性质解未知数系数含参数的不等式时, 容易忽略对含参数正负性的讨论, 从而得出片面的答案.

关键点拨

结论④需对 x 的范围进行分类讨论, 即 $-1 \leq x < 0$ 和 $0 \leq x < 1$.

易错警示

解不等式时出错的常见原因: 去分母时容易漏乘没有分母的项; 利用不等式的性质 3 时, 容易忘记改变不等号方向; 系数化为 1 时, 结果中的分子、分母容易颠倒.

$$\frac{3x-t}{2} \geq \frac{5}{12}, \therefore \frac{2x-7}{3} - \frac{3x-7}{2} \geq \frac{5}{12}, \text{解得 } x \leq \frac{9}{10}, \text{故选 B.}$$

2. ① 【解析】 $[-3.1] + [1.2] = -4 + 1 = -3$, 故①正确. $\because [2.5] = 2, [-2.5] = -3, \therefore [2.5] + [-2.5] = 2 - 3 = -1; [3] + [-3] = 0, \therefore [x] + [-x] = 0$ 不一定成立, 故②错误. 若 $[x+1] = -2$, 则 $-2 \leq x+1 < -1, \therefore -3 \leq x < -2$, 故③错误. 当 $-1 \leq x < 1$ 时, $0 \leq x+1 < 2, 0 < -x+1 \leq 2$. 分类讨论: 当 $-1 \leq x < 0$ 时, $0 \leq x+1 < 1, 1 < -x+1 \leq 2$, 则 $[x+1] = 0, [-x+1] = 1$ 或 $2, \therefore [x+1] + [-x+1] = 1$ 或 2 ; 当 $0 \leq x < 1$ 时, $1 \leq x+1 < 2, 0 < -x+1 \leq 1$, 则 $[x+1] = 1, [-x+1] = 0$ 或 $1, \therefore [x+1] + [-x+1] = 1$ 或 $2, \therefore [x+1] + [-x+1] = 1$ 或 2 , 故④错误. 综上所述, 正确的是①. 故答案为①.

$$\mathbf{3. m > 2} \quad \text{【解析】} \begin{cases} 2x+y=2-3m, \text{①} \\ x+2y=2+m, \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得 } 3x+3y=4-2m,$$

$$\therefore x+y=\frac{4-2m}{3}.$$

$$\because x+y < 0, \therefore \frac{4-2m}{3} < 0,$$

解得 $m > 2$, 故答案为 $m > 2$.

4. 1 【解析】 $3(x+1)-2 \leq 4(x-3)+1, 3x+3-2 \leq 4x-12+1, 3x-4x \leq -12+1-3+2, -x \leq -12, x \geq 12$, 则不等式 $3(x+1)-2 \leq 4(x-3)+1$ 的最小整数解为 12. 把 $x=12$ 代入 $\frac{1}{2}x-m=5$ 中, 得 $\frac{1}{2} \times 12 - m = 5$, 解得 $m=1$, 故答案为 1.

5. $x < \frac{4}{3}$ 【解析】 $(2a-b)x+a-5b>0, (2a-b)x > -a+5b. \because$ 关于 x 的不等式 $(2a-b)x+a-5b>0$ 的解集是 $x < \frac{5}{2}, \therefore \frac{-a+5b}{2a-b} = \frac{5}{2}$ 且 $2a-b < 0, \therefore a = \frac{5}{4}b, \therefore$ 关于 x 的不等式 $(a-b)x > \frac{1}{3}b$ 可化为 $\frac{1}{4}bx > \frac{1}{3}b. \because 2a-b < 0$, 即 $2 \times \frac{5}{4}b - b < 0, \therefore b < 0, \therefore x < \frac{4}{3}$, 故答案为 $x < \frac{4}{3}$.

6. 【解】(1) 不等式 $x < -1$ 是不等式 $x < -3$ 的覆盖不等式. 故答案为是.

(2) 依题意有 $\frac{2-a}{3} = \frac{1}{3}$, 解得 $a = 1$.

(3) $\because x < -2$ 是关于 x 的不等式 $ax - 6 > 0$ 的覆盖不等式, $\therefore a < 0$, \therefore 不等式 $ax - 6 > 0$ 的解集为 $x < \frac{6}{a}$, $\therefore \frac{6}{a} \leq -2$, 解得 $a \geq -3$.

故 a 的取值范围是 $-3 \leq a < 0$.

刷素养

7. 【解】(1) 根据题意得 $5x - 1 > 3x + 1$, 解得 $x > 1$.

(2) 由 $\left(\frac{1}{2}\right)^{kx-1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-2}$, 得 $kx - 1 < 5x - 2$,

$\therefore (k-5)x < -1$. \because 其解集中无正整数解, \therefore ①当

$k-5 > 0$, 即 $k > 5$ 时, $x < \frac{-1}{k-5} < 0$, 一定没有正整数

解, 符合题意; ②当 $k-5 = 0$, 即 $k = 5$ 时, $0 < -1$,

不等式无解, 不符合题意; ③当 $k-5 < 0$, 即 $k < 5$

时, $x > \frac{-1}{k-5} > 0$, 一定有正整数解, 不符合题意.

综上所述, $k > 5$.

(3) ①当 $a > 1$ 时, $x - t > 5x - 2$, $\therefore x < \frac{2-t}{4}$. \because 在

$-2 \leq x \leq -1$ 的范围使得 $a^{x-t} > a^{5x-2}$ 恒成立,

$\therefore \frac{2-t}{4} > -1$, 解得 $t < 6$.

②当 $0 < a < 1$ 时, $x - t < 5x - 2$, $\therefore x > \frac{2-t}{4}$. \because 在

$-2 \leq x \leq -1$ 的范围内使 $a^{x-t} > a^{5x-2}$ 恒成立,

$\therefore \frac{2-t}{4} < -2$, 解得 $t > 10$.

综上所述, 当 $a > 1$ 时, $t < 6$; 当 $0 < a < 1$ 时, $t > 10$.

课时2 一元一次不等式的应用(一)



刷基础

1. B 【解析】设小军抢答对 x 道题. 依据题意,

得 $3x - (20 - x) \geq 50$, 解得 $x \geq 17 \frac{1}{2}$. $\because x$ 为正

整数, $\therefore x$ 的最小值为 18, 故选 B.

2. 【解】(1) 设该班胜 x 场, 负 y 场. 根据题意得

$$\begin{cases} x+y=15, \\ 3x+y=39, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=12, \\ y=3. \end{cases}$$

关键点拨 3. 【解】(1) 设购买甲种树苗 x 株, 则购买乙种树苗 $(500-x)$ 株. 根据题意可得 $50x + 80(500-x) \leq 34\ 000$, 解得 $x \geq 200$, $\therefore x$ 的最小值为 200.

答: 至少购买甲种树苗 200 株.

(2) 设购买甲种树苗 a 株, 则购买乙种树苗

$(500-a)$ 株. 根据题意可得 $90\%a + 95\%(500-a) \geq 92\% \times 500$, 解得 $a \leq 300$, $\therefore a$ 的最大值为 300.

答: 至多购买甲种树苗 300 株.

思路分析 4. 20 【解析】设甲工程队工作 a 天, 则甲工程

队完成的工程量是 $\frac{a}{50}$, 乙工程队完成的工程

量是 $1 - \frac{a}{50} = \frac{50-a}{50}$, 乙工程队工作天数为

$\frac{50-a}{50} \div \frac{1}{30} = \frac{150-3a}{5}$. 根据题意得 $800a + 1\ 000 \times$

$\frac{150-3a}{5} \leq 34\ 000$, 解得 $a \leq 20$, $\therefore a$ 的最大值

为 20, 即甲工程队至多工作 20 天. 故答案

为 20.

5. 【解】(1) 设甲、乙两工程队每月的施工路段长

度分别是 x 千米和 y 千米.

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 6x+6y=90, \\ 4x+9y=90, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=9, \\ y=6. \end{cases}$$

答: 甲、乙两工程队每月的施工路段长度分别是 9 千米, 6 千米.

(2) 由题意得 $a + \frac{90-9a}{6} \leq 11$, 解得 $a \geq 8$,

$\therefore a$ 的最小值为 8.

答: 甲工程队至少做 8 个月.

课时3 一元一次不等式的应用(二)

刷基础

1. C 【解析】设有学生 x 名, 则 $25 \times 0.8 \times 10 > 10x$, 解得 $x < 20$, \therefore 学生最多有 19 名. 故选 C.

2. 九 【解析】设打 x 折销售. 由题意可得 $21 \times \frac{x}{10} - 18 \geq 18 \times 5\%$, 解得 $x \geq 9$, $\therefore x$ 的最小值为 9, \therefore 至多可以打九折. 故答案为九.

3. C 【解析】设甲的速度为 x km/h, 则乙的速度为 $\frac{1}{3}x$ km/h. 由题意得 $2\left(x + \frac{1}{3}x\right) \geq 48$, 解得 $x \geq 18$. 故选 C.

4. 【解】(1) 由题意可得, 当 $m \leq 15$ 时, $w_1 = 20m + 20 \times 30 \times 90\% = 20m + 540$, 当 $m > 15$ 时, $w_1 = 15 \times 20 + (m - 15) \times 20 \times 50\% + 20 \times 30 \times 90\% = 10m + 690$, 即 $w_1 = \begin{cases} 20m + 540 (m \leq 15), \\ 10m + 690 (m > 15); \end{cases} w_2 = (20m + 20 \times 30) \times 80\% = 16m + 480$.

(2) 若 $m > 15$, 则当 $w_1 = w_2$ 时, 有 $10m + 690 = 16m + 480$, 解得 $m = 35$; 当 $w_1 < w_2$ 时, 有 $10m + 690 < 16m + 480$, 解得 $m > 35$; 当 $w_1 > w_2$ 时, 有 $10m + 690 > 16m + 480$, 解得 $m < 35$, \therefore 当 $m = 35$ 时, 选方案一和方案二一样实惠; 当 $m > 35$ 时, 选方案一更实惠; 当 $15 < m < 35$ 时, 选方案二更实惠.

5. 【解】(1) 根据题意得 $\begin{cases} y - x = 160, \\ 3x - 2y = 120, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 440, \\ y = 600. \end{cases}$

答: x 的值为 440, y 的值为 600.
(2) 设购买甲型设备 m 台, 则购买乙型设备 $(15 - m)$ 台.
根据题意得 $440m + 600(15 - m) \leq 7\,600$, 解得 $m \geq \frac{35}{4}$.

又 $\because m$ 为整数,
 $\therefore m$ 的最小值为 9.
答: 至少应该购买甲型设备 9 台.

思路分析

设打 x 折销售. 由要保证利润率不低于 5%, 列出不等式求解即可.

关键点拨
可类比“牛吃草”问题进行解答.

(3) 根据题意得 $100m + 120(15 - m) \geq 1\,600$, 解得 $m \leq 10$.

又 $\because m \geq \frac{35}{4}$, 且 m 为整数,
 $\therefore m$ 可以为 9, 10,
 \therefore 共有 2 种购买方案,
即方案 1: 购买 9 台甲型设备, 6 台乙型设备, 所需资金为 $440 \times 9 + 600 \times 6 = 7\,560$ (元);
方案 2: 购买 10 台甲型设备, 5 台乙型设备, 所需资金为 $440 \times 10 + 600 \times 5 = 7\,400$ (元).
 $\therefore 7\,560 > 7\,400$,
 \therefore 最省钱的购买方案为购买 10 台甲型设备, 5 台乙型设备.

刷提升

1. 【解】(1) 设 A 种湘绣作品的单价为 x 元, B 种湘绣作品的单价为 y 元.

根据题意得 $\begin{cases} x + 2y = 700, \\ 2x + 3y = 1\,200, \end{cases}$
解得 $\begin{cases} x = 300, \\ y = 200. \end{cases}$
答: A 种湘绣作品的单价为 300 元, B 种湘绣作品的单价为 200 元.

(2) 设购买 A 种湘绣作品 m 件, 则购买 B 种湘绣作品 $(200 - m)$ 件.
根据题意得 $300m + 200(200 - m) \leq 50\,000$, 解得 $m \leq 100$,
 $\therefore m$ 的最大值为 100.
答: 最多能购买 100 件 A 种湘绣作品.

2. 【解】(1) 由题意可得, 他到达 A 窗口所花的时间是 $\frac{m - 5 \times 2}{5} = \frac{m - 10}{5}$ (分).

(2) 由题意可得, 他到达 B 窗口所花的时间是 $\frac{m - 8 \times 2 + 4 \times 2}{8} = \frac{m - 8}{8}$ (分).

(3) 由题意可得, $\frac{m - 8}{8} < \frac{m - 10}{5}$, 解得 $m > 13 \frac{1}{3}$.
 $\therefore m$ 为正整数,
 $\therefore m$ 至少是 14.

11.3 一元一次不等式组



刷基础

1. A 【解析】A 选项的不等式组符合一元一次不等式组的定义,故本选项符合题意;B 选项的不等式组中含有两个未知数,不是一元一次不等式组,故本选项不符合题意;C 选项的不等式组中未知数的最高次数是 2,不是一元一次不等式组,故本选项不符合题意;D 选项的不等式组中的第二个不等式的左边不是整式,则该不等式组不是一元一次不等式组,故本选项不符合题意. 故选 A.

2. C 【解析】由数轴知该不等式组的解集为 $x > 3$, 故选 C.

3. $\begin{cases} 2x-2>0, \\ x+1>0 \end{cases}$ (答案不唯一) 【解析】 $2x-2>0$ 的解集为 $x > 1$, $x+1>0$ 的解集为 $x > -1$, 所以不等

式组 $\begin{cases} 2x-2>0, \\ x+1>0 \end{cases}$ 的解集为 $x > 1$. 故答案为

$\begin{cases} 2x-2>0, \\ x+1>0 \end{cases}$ (答案不唯一).

4. A 【解析】解 $-x < 1$, 得 $x > -1$. A 选项, 此不等式组无解, 符合题意; B 选项, 此不等式组的解集为 $x > -1$, 不符合题意; C 选项, 此不等式组的解集为 $-1 < x < 0$, 不符合题意; D 选项, 此不等式组的解集为 $x > 1$, 不符合题意. 故选 A.

思路分析

解不等式组求出其解集, 再根据与数轴表示的解集对应, 求出 a, b 的值即可得到答案.

5. A 【解析】 $\begin{cases} x-2a \leq 2, ① \\ \frac{x}{3}-b > \frac{2}{3}, ② \end{cases}$ 解不等式①, 得 $x \leq 2+2a$, 解不等式②, 得 $x > 2+3b$.

由题意可得, 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$,

$\therefore \begin{cases} 2+2a=2, \\ 2+3b=-1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=0, \\ b=-1, \end{cases} \therefore (a+2)(b-1) =$

$2 \times (-2) = -4$. 故选 A.

6. A 【解析】 $\begin{cases} x-a \geq 0, ① \\ 3-2x > 0, ② \end{cases}$ 解不等式①, 得 $x \geq$

a , 解不等式②, 得 $x < \frac{3}{2}$. \therefore 关于 x 的不等式组

有解, $\therefore a < \frac{3}{2}$. 故选 A.

(4) 由题意可得, $\begin{cases} a+40b=40 \times 2c, \\ a+20b=20 \times 3c, \end{cases}$ 解得

$\begin{cases} a=40c, \\ b=c. \end{cases}$ 设同时开放 n 个窗口, 5 分钟后不会

出现排队现象, 则 $a+5b \leq 5nc$, 即 $40c+5c \leq 5nc$, 解得 $n \geq 9$, \therefore 至少同时开放 9 个窗口, 5 分钟后不会出现排队现象. 故答案为 9.

刷素养

3. 【解】(1) 设 A 种果苗每捆 x 元, B 种果苗每捆 y 元. 依题意, 得

$\begin{cases} x-y=10, \\ 50x-60y=100, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=50, \\ y=40. \end{cases}$ (1) 解题的关键是找准等量关系, 正确列出二元一次方程组计算.

答: A 种果苗每捆 50 元, B 种果苗每捆 40 元.

(2) ① $50 \times 7 + 40 \times 5 + 30 \times (10-7) = 640$ (元).

答: 共需要 640 元.

② 设购买 A 种果苗 m 捆, B 种果苗 n 捆.

当 $m \geq 10$ 时, $\therefore 600 \div 50 = 12$ (捆), 且每种果苗至少各 1 捆, $\therefore m < 12$.

(i) 当 $m = 10$ 时, $50 \times 10 + 40n \leq 600$, 解得 $n \leq \frac{5}{2}$. $\therefore n$ 为正整数, $\therefore n$ 的最大值为 2, 此时 $m+n = 12$, 总费用为 580 元.

(ii) 当 $m = 11$ 时, $50 \times 11 + 40n \leq 600$, 解得 $n \leq \frac{5}{4}$. $\therefore n$ 为正整数, $\therefore n$ 的最大值为 1, 此时 $m+n = 12$, 总费用为 590 元.

当 $m < 10$ 时, (i) 当 $m = 9$ 时, $50 \times 9 + 40n + 30 \times 1 \leq 600$, 解得 $n \leq 3$, $\therefore n$ 的最大值为 3, 此时 $m+n = 12$, 总费用为 600 元.

(ii) 当 $m = 8$ 时, $50 \times 8 + 40n + 30 \times 2 \leq 600$, 解得 $n \leq \frac{7}{2}$. $\therefore n$ 为正整数, $\therefore n$ 的最大值为 3, 此时 $m+n = 11 < 12$.

(iii) 当 $m < 8$ 时, $m+n < 12$.

综上所述, 最多可购买 A 种果苗和 B 种果苗共 12 捆, 有三种方案: 购买 A 种果苗 9 捆, B 种果苗 3 捆; 购买 A 种果苗 10 捆, B 种果苗 2 捆; 购买 A 种果苗 11 捆, B 种果苗 1 捆. 其中购买 A 种果苗 10 捆, B 种果苗 2 捆时, 所需购买费用最少, 为 580 元.

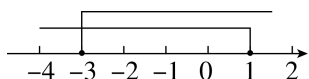
7. 【解】(1) 解不等式①, 得 $x \leq 1$.

故答案为 $x \leq 1$.

(2) 解不等式②, 得 $x \geq -3$.

故答案为 $x \geq -3$.

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(4) 原不等式组的解集为 $-3 \leq x \leq 1$.

故答案为 $-3 \leq x \leq 1$.

8. 【解】(1) 设 A 种园艺造型每个的成本为 x 元, B 种园艺造型每个的成本为 y 元. 根据题意, 得

$$\begin{cases} x+y=500, \\ 24x+15y=9\,300, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=200, \\ y=300. \end{cases}$$

答: A、B 两种园艺造型每个的成本分别为 200 元, 300 元.

(2) 设搭配 A 种园艺造型 m 个, 则搭配 B 种园艺造型 $(50-m)$ 个. 根据题意, 得

$$\begin{cases} 80m+50(50-m) \leq 3\,490, \\ 40m+90(50-m) \leq 2\,950, \end{cases}$$

解得 $31 \leq m \leq 33$.

$\because m$ 为整数, $\therefore m=31, 32, 33$, 则 $50-m=19, 18, 17$, 故共有 3 种方案, 即 A 种园艺造型 31 个, B 种园艺造型 19 个; A 种园艺造型 32 个, B 种园艺造型 18 个; A 种园艺造型 33 个, B 种园艺造型 17 个.

(3) 设总利润为 w 元. 由题意, 得 $w=(285-a-200)m+(370-300)(50-m)=(85-a-70)m+3\,500=(15-a)m+3\,500$. \therefore 三种方案获利相同, 即 w 与 m 的值无关, $\therefore 15-a=0$, $\therefore a=15$.

故答案为 15.

刷提升

1. B 【解析】由 $x-m>0$, 得 $x>m$, 由 $x-m<1$, 得 $x<m+1$, \therefore 原不等式组的解集为 $m<x<m+1$.

\because 不等式组的解集中每一个 x 的值均不在 $2 \leq x \leq 5$ 的范围内, $\therefore m \geq 5$ 或 $m+1 \leq 2$, 解得 $m \geq 5$ 或 $m \leq 1$, 故选 B.

2. C 【解析】 $\because a+b=7, c-a=5$, $\therefore b=7-a, c=a+5$, $\therefore S=a+b+c=a+7-a+a+5=a+12$. $\because a, b, c$

均为非负数, $\therefore \begin{cases} a \geq 0, \\ 7-a \geq 0, \therefore 0 \leq a \leq 7, \therefore 12 \leq a+12 \leq 19, \therefore m=19, n=12, \therefore m-n=7. \end{cases}$ 故

选 C.

3. B 【解析】 $\begin{cases} x-\frac{3x-5}{2} < 2, \\ 2x-a \leq -1, \end{cases}$ 解不等式 $x-\frac{3x-5}{2} < 2$,

得 $x > 1$. 解不等式 $2x-a \leq -1$, 得 $x \leq \frac{a-1}{2}$. 若该

不等式组的解集是 $1 < x \leq 3$, 则 $\frac{a-1}{2} = 3$, 解得

$a=7$, 故结论①正确. 当 $a=3$ 时, $\frac{a-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$, $\therefore x \leq 1$. 又 $\because x > 1$, \therefore 该不等式组无解, 故结

论②错误. 若该不等式组的整数解仅有 3 个,

则 $4 \leq \frac{a-1}{2} < 5$, 解得 $9 \leq a < 11$, 故结论③错误.

若该不等式组有解, 则 $\frac{a-1}{2} > 1$, 解得 $a > 3$, 故结

论④正确. 综上, 正确的结论有 2 个. 故选 B.

技巧总结

不等式组无解, 就是大于大数, 小于小数.

4. 6 【解析】 $\begin{cases} x+2(x-1) \leq -5, \text{①} \\ \frac{2k+x}{3} \leq x, \text{②} \end{cases}$ 解不等式①,

得 $x \leq -1$, 解不等式②, 得 $x \geq k$. \because 关于 x 的不

等式组 $\begin{cases} x+2(x-1) \leq -5, \\ \frac{2k+x}{3} \leq x \end{cases}$ 无解, $\therefore k > -1$. 解方

程 $2(y+1)+3k=11$, 得 $y=\frac{9-3k}{2}$. $\because y \geq 0$,

$\therefore \frac{9-3k}{2} \geq 0$, $\therefore k \leq 3$, $\therefore -1 < k \leq 3$, \therefore 整数 k 的

值为 0, 1, 2, 3, \therefore 符合条件的所有整数 k 的值的和是 $0+1+2+3=6$. 故答案为 6.

5. 12 【解析】解不等式组 $\begin{cases} 3x-a \leq 0, \\ 4x-b \geq 0, \end{cases}$ 得 $\frac{b}{4} \leq x \leq \frac{a}{3}$.

\therefore 不等式组 $\begin{cases} 3x-a \leq 0, \\ 4x-b \geq 0 \end{cases}$ 的整数解仅为 1, 2,

3, $\therefore 0 < \frac{b}{4} \leq 1, 3 \leq \frac{a}{3} < 4$, $\therefore 0 < b \leq 4, 9 \leq a < 12$.

$\therefore a, b$ 为整数, $\therefore b$ 可以取 1, 2, 3, 4, a 可以取 9, 10, 11, \therefore 适合这个不等式组的整数 a, b 组成的有序数对 (a, b) 的个数为 $3 \times 4 = 12$. 故答案为 12.

6. 【解】(1) $x-3, x+2, 1$ 可以构成“ABC 不等式”. 理由: $\because x-3+x+2>1$ 的解集为 $x>1, \therefore x-3, x+2, 1$ 可以构成“ABC 不等式”.

(2) ①若 $ax+2a>x$, 即 $(a-1)x>-2a$, 则 $a-1>0$, 且 $-\frac{2a}{a-1}=1, \therefore a=\frac{1}{3}$ (舍).

②若 $ax+x>2a$, 即 $(a+1)x>2a$, 则 $a+1>0$, 且 $\frac{2a}{a+1}=1$, 解得 $a=1$.

③若 $2a+x>ax$, 即 $(a-1)x<2a$, 则 $a-1<0$, 且 $\frac{2a}{a-1}=1$, 解得 $a=-1$.

综上, a 的值为 -1 或 1.

(3) ①若 $2nx+3n>mx-3m$, 即 $(2n-m)x>-3n-3m$, 则 $2n-m>0$, 且 $\frac{-3n-3m}{2n-m}=1, \therefore m=-2.5n$. 将其代入 $2n-m>0$ 得 $4.5n>0, \therefore n>0$. 由 $2nx+m<mx+n$, 得 $(m-2n)x>m-n$, 即 $-4.5nx>-3.5n, \therefore x<\frac{7}{9}$; 由 $2mx-n>m$, 得 $-5nx>-2.5n+n, \therefore x<\frac{3}{10}, \therefore$ 此时关于 x 的不等式组的解集为 $x<\frac{3}{10}$.

②若 $2nx+mx-3m>3n$, 即 $(m+2n)x>3m+3n$, 则 $m+2n>0$, 且 $\frac{3m+3n}{m+2n}=1, \therefore n=-2m$. 将其代入 $m+2n>0$, 得 $m<0$. 由 $2nx+m<mx+n$, 得 $(m-2n)x>m-n$, 即 $5mx>3m, \therefore x<\frac{3}{5}$; 由 $2mx-n>m$, 得 $2mx>-m, \therefore x<-\frac{1}{2}, \therefore$ 此时关于 x 的不等式组的解集为 $x<-\frac{1}{2}$.

③若 $mx-3m+3n>2nx$, 即 $(m-2n)x>3m-3n$, 则 $m-2n>0$, 且 $\frac{3m-3n}{m-2n}=1, \therefore n=2m$. 将其代入

思路分析

先解关于 x 的不等式组, 得到 x 的取值范围, 再由这个范围内的整数只有 1, 2, 3 得 x 的最小值在 0 和 1 之间 (不包含 0), 最大值在 3 和 4 之间 (不包含 4), 从而得到 a, b 的取值范围, 即可判断出有序数对 (a, b) 的个数.

关键点拨

(3) 解题的关键是根据“ABC 不等式”的定义列出对应的不等式, 从中得出 m, n 之间的数量关系及其符号, 从而解不等式组.

$m-2n>0$, 得 $m<0$. 由 $2nx+m<mx+n$, 得 $(m-2n)x>m-n$, 即 $-3mx>-m, \therefore x>\frac{1}{3}$; 由 $2mx-n>m$, 得 $2mx>3m, \therefore x<\frac{3}{2}, \therefore$ 此时关于 x 的不等式组的解集为 $\frac{1}{3}<x<\frac{3}{2}$.

综上, 关于 x 的不等式组的解集为 $x<-\frac{1}{2}$ 或 $x<\frac{3}{10}$ 或 $\frac{1}{3}<x<\frac{3}{2}$.

刷素养

7. 【解】(1) $3x-5=4$, 解得 $x=3$.

① $2x-3>3x-1$, 解得 $x<-2$, 故①不符合题意;

② $2(x-1)\leq 4$, 解得 $x\leq 3$, 故②符合题意;

③ $\begin{cases} x+1>0, \\ x-2\leq 1, \end{cases}$ 解得 $-1<x\leq 3$, 故③符合题意.

故答案为②③.

(2) $\because \begin{cases} x=m, \\ y=n \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} x+2y=6, \\ 2x+y=3q \end{cases}$ 与不等式 $x+y>1$ 的“理想解”,

$\therefore m+n>1, \begin{cases} m+2n=6, \\ 2m+n=3q, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m=2q-2, \\ n=4-q, \end{cases}$

$\therefore 2q-2+4-q>1$, 解得 $q>-1$.

(3) 由 $3(x-1)=k$ 得 $x=\frac{k}{3}+1$, 由 $4x+n<x+2m$ 得 $x<\frac{2m-n}{3}$. 当 $k<3$ 时, $\frac{k}{3}+1<2$, 即 $x<2$. \therefore 当 $k<3$ 时, 方程 $3(x-1)=k$ 的解都是此方程与不等式 $4x+n<x+2m$ 的“理想解”,

$\therefore \frac{2m-n}{3}\geq 2, \therefore n\leq 2m-6$.

$\therefore m+n\geq 0$ 且满足条件的整数 n 有且只有一个, $\therefore n\geq -m, \therefore 2m-6\geq -m$, 解得 $m\geq 2$, $\therefore -m\leq -2, 2m-6\geq -2$, 此时 n 恰好有一个整数解 -2,

$\therefore \begin{cases} -3<-m\leq -2, \\ -2\leq 2m-6<-1, \end{cases} \therefore 2\leq m<\frac{5}{2}$.

大招专题3 一元一次不等式(组)的含参问题



大招解读 | 根据不等式(组)的解集求参数

1. 当不等式的未知数系数中不含参数时, 解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式; ②根据解集的对应值相等求出参数值.

2. 当不等式的未知数系数中含有参数时, 解题基本步骤: 根据已知解集和不等式的符号方向是否相同, 确定不等式系数的正负, 然后求出参数的取值范围.

例如: 已知关于 x 的不等式 $ax > b$, 若该不等式的解集为 $x > \frac{b}{a}$, 则 $a > 0$; 若该不等式的解集为 $x < \frac{b}{a}$, 则 $a < 0$.

3. 当不等式组的未知数系数中不含参数时, 解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式组; ②画出数轴, 根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到”确定参数的取值范围.

例如: 若不等式组 $\begin{cases} x > a, \\ x > b \end{cases}$ 的解集为 $x > a$, 则 $a \geq b$;

若不等式组 $\begin{cases} x < a, \\ x < b \end{cases}$ 的解集为 $x < a$, 则 $a \leq b$; 若不

等式组 $\begin{cases} x \geq a, \\ x \leq b \end{cases}$ 的解集为 $a \leq x \leq b$, 则 $a \leq b$.

1. -1 【解析】 $\because 2x \geq a-1, \therefore x \geq \frac{a-1}{2}$. \therefore 不等式

$2x \geq a-1$ 的解集是 $x \geq -1, \therefore \frac{a-1}{2} = -1, \therefore a = -1$. 故答案为 -1.

2. $m \leq 5$ 【解析】 $\begin{cases} -x+2 < x-8, & ① \\ x > m, & ② \end{cases}$ 由不等式①, 得

$x > 5$, 由不等式②, 得 $x > m$. \therefore 不等式组 $\begin{cases} -x+2 < x-8, \\ x > m \end{cases}$ 的解集为 $x > 5, \therefore m \leq 5$, 故答案为 $m \leq 5$.

3. $4 \leq a < 5$ 【解析】由 $\begin{cases} x-a > -1, \\ x-a \leq 2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x > a-1, \\ x \leq a+2. \end{cases}$ 因

为该不等式组的解集中, 任意一个 x 的值均

思路分析

表示出不等式组中两不等式的解集, 根据任意一个 x 的值均在 $3 \leq x < 7$ 的范围内, 列出关于 a 的不等式组, 即可求出 a 的取值范围.

关键点拨

根据不等式组有解得出 $4 - \frac{1}{2}a > 2$ 是解题的关键.

在 $3 \leq x < 7$ 的范围内, 所以有 $\begin{cases} a-1 \geq 3, \\ a+2 < 7, \end{cases}$ 解得 $4 \leq a < 5$. 故答案为 $4 \leq a < 5$.

大招解读 | 有解无解问题

解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式组; ②画出数轴, 根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到”确定参数的取值范围.

例如: 若不等式组 $\begin{cases} x < a, \\ x > b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < a, \\ x \geq b \end{cases}$ 有解, 则 $a > b$;

若不等式组 $\begin{cases} x \leq a, \\ x \geq b \end{cases}$ 有解, 则 $a \geq b$.

若不等式组 $\begin{cases} x < a, \\ x > b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < a, \\ x \geq b \end{cases}$ 无解, 则 $a \leq b$; 若不

等式组 $\begin{cases} x \leq a, \\ x \geq b \end{cases}$ 无解, 则 $a < b$.

4. D 【解析】 $\begin{cases} x+1 \geq 3, & ① \\ 4x-16 < -2a, & ② \end{cases}$ 解不等式①得

$x \geq 2$, 解不等式②得 $x < 4 - \frac{1}{2}a$. \therefore 关于 x 的一

元一次不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 3, \\ 4x-16 < -2a \end{cases}$ 有解, $\therefore 4 - \frac{1}{2}a >$

2, 解得 $a < 4$. 故选 D.

5. D 【解析】由 $x-a > 3$, 得 $x > a+3$, 由 $1-2x > x-2$, 得 $x < 1$. \therefore 不等式组无解, $\therefore a+3 \geq 1$, 解得 $a \geq -2$, 故选 D.

大招解读 | 整数解问题

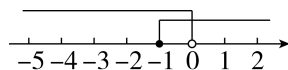
解题基本步骤: ①将参数看成常数解不等式组; ②将解集表示在数轴上, 根据整数解的情况, 得到参数的取值范围.

6. A 【解析】 $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2, & ① \\ 5x-a > 4x, & ② \end{cases}$ 解不等式①, 得

$x \leq 2$, 解不等式②, 得 $x > a$. \therefore 该不等式组有解, \therefore 不等式组的解集是 $a < x \leq 2$. \therefore 关于 x 的不等

式组 $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2, \\ 5x-a > 4x \end{cases}$ 有且只有 3 个整数解, \therefore 这

3 个整数解是 0, 1, 2, $\therefore -1 \leq a < 0$, $\therefore a$ 的取值范围在数轴上表示为



故选 A.

7. $a \leq 6$ 【解析】解不等式 $\frac{x+3}{2} \leq 4$ 得 $x \leq 5$, 解不等式 $2x-a \geq 2$ 得 $x \geq \frac{a+2}{2}$, \therefore 不等式组的解集为 $\frac{a+2}{2} \leq x \leq 5$. \therefore 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} \frac{x+3}{2} \leq 4, \\ 2x-a \geq 2 \end{cases}$ 至少有 2 个整数解, $\therefore \frac{a+2}{2} \leq 4$, 解得 $a \leq 6$.

8. 【解】 $\begin{cases} 1-2(x-1) \leq 5, ① \\ \frac{3x-a}{2} < x+\frac{1}{2}, ② \end{cases}$
解不等式①得 $x \geq -1$, 解不等式②得 $x < a+1$.
 \therefore 不等式组有解, \therefore 不等式组的解集是 $-1 \leq x < a+1$. \therefore 不等式组的整数解是 $-1, 0, 1, 2$,
 $\therefore 2 < a+1 \leq 3$, 解得 $1 < a \leq 2$.

大招解读 | 方程(组)与不等式(组)问题

解题基本步骤: ①将参数看成常数解方程(组); ②根据方程(组)解的情况列不等式(组); ③解不等式(组).

9. $a \geq 16$ 【解析】解关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x+y=1+a, \\ x+3y=3, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{3}{8}a, \\ y=\frac{8-a}{8}. \end{cases}$ $\therefore x$ 是非负数, y 的值不大于 -1 , $\therefore \begin{cases} \frac{3}{8}a \geq 0, \\ \frac{8-a}{8} \leq -1, \end{cases}$ 解得 $a \geq 16$.

10. $-3 < m < 1$ 【解析】 $\begin{cases} 3x+4y=m-5, ① \\ 4x+3y=3m+1, ② \end{cases}$ ①+②得 $7x+7y=4m-4$, 则 $x+y=\frac{4m-4}{7}$, ②-①得 $x-y=2m+6$. $\therefore x+y < 0, x-y > 0$, $\therefore \begin{cases} \frac{4m-4}{7} < 0, \\ 2m+6 > 0, \end{cases}$
 $\therefore -3 < m < 1$, 故答案为 $-3 < m < 1$.

数学活动

刷活动

1. 【解】任务一: 设生产 x 部 B 型号手机. 依题

意, 得 $0.3 \times 2\,000 + 0.4x \leq 1\,100$, 解得 $x \leq 1\,250$, $\therefore x$ 的最大值为 1 250.

答: 最多生产 1 250 部 B 型号手机.

任务二: 设生产 y 部 A 型号手机, 则生产 $(3\,000-y)$ 部 B 型号手机. 依题意, 得 $\begin{cases} (0.35-0.3)y + (0.5-0.4)(3\,000-y) \geq 249.9, \\ 0.3y + 0.4(3\,000-y) \leq 1\,100, \end{cases}$

解得 $1\,000 \leq y \leq 1\,002$. $\therefore y$ 为正整数, $\therefore y$ 可取 1 000, 1 001, 1 002, \therefore 有 3 种生产方案:

①生产 1 000 部 A 型号手机, 2 000 部 B 型号手机, 利润为 $0.05 \times 1\,000 + 0.1 \times 2\,000 = 250$ (万元); ②生产 1 001 部 A 型号手机, 1 999 部 B 型号手机, 利润为 $0.05 \times 1\,001 + 0.1 \times 1\,999 = 249.95$ (万元); ③生产 1 002 部 A 型号手机, 1 998 部 B 型号手机, 利润为 $0.05 \times 1\,002 + 0.1 \times 1\,998 = 249.9$ (万元). $\therefore 250 > 249.95 > 249.9$, \therefore 生产利润最高为 250 万元.

答: 共有 3 种生产方案.

方案一: 生产 1 000 部 A 型号手机, 2 000 部 B 型号手机; 方案二: 生产 1 001 部 A 型号手机, 1 999 部 B 型号手机; 方案三: 生产 1 002 部 A 型号手机, 1 998 部 B 型号手机. 生产利润最高为 250 万元.

2. 【解】(1) $P-Q=2m+3-(2m-1)=4>0$, 则 $P>Q$, 故答案为 $>$.

(2) $P-Q=m^2-2m-3-(m^2-2m-1)=-2$.

$\therefore -2 < 0$, $\therefore P-Q < 0$, $\therefore P < Q$.

(3) 依题意, 得 $3x+7y-(2x+8y)=x-y$. $\therefore x>y$, $\therefore x-y>0$, \therefore 从省料角度考虑, 应选方案二.

(4) $M=2(a+b+b)=2a+4b$, $N=2(a-c+b+2c)=2a+2b+2c$, $\therefore M-N=2a+4b-(2a+2b+2c)=2(b-c)$. $\therefore b>c$, $\therefore 2(b-c)>0$, 即 $M-N>0$, $\therefore M>N$.

3. 【解】(1) 卡片 A 小于卡片 C. 理由如下: 由题意可得 $A+B=m$, ① $B+C=m+2$, ②

①-②, 得 $A-C=-2<0$, $\therefore A<C$.

(2) B 卡片最大. 理由如下: 由题意可得 $B+C=m+2$, ② $C+D=m-3$, ③ $B+D=m+4$, ④
∴ ②-③, 得 $B-D=5>0$, 即 $B>D$; ④-②, 得 $D-C=2>0$, 即 $D>C$.

由(1)得 $A<C$, ∴ $B>D>C>A$, ∴ B 卡片最大.

综合与实践 低碳生活

刷实践

【解】(1) $(250\times0.785+150\times2.7+10\times0.91+8\times0.19)\div30=611.87\div30\approx20.4(\text{kg})$.

答: 王芳家这个月(按 30 天计算)平均每天的二氧化碳排放量约为 20.4 kg.

(2) 设建设大型租赁点 x 个, 则建设小型租赁点 $(8-x)$ 个. 根据题意, 得

$$\begin{cases} 5\,000(8-x)+8\,000x\leq50\,000, \\ x\geq1, \\ 8-x\geq1, \end{cases}$$

解得 $1\leq x\leq 5$.

∵ x 的正整数解有 1, 2, 3, ∴ 有 3 种建设方案. 方案一: 建设 1 个大型租赁点, 7 个小型租赁点; 方案二: 建设 2 个大型租赁点, 6 个小型租赁点; 方案三: 建设 3 个大型租赁点, 5 个小型租赁点. 方案一所需费用: $1\times8\,000+7\times5\,000=43\,000$ (元), 方案二所需费用: $2\times8\,000+6\times5\,000=46\,000$ (元), 方案三所需费用: $3\times8\,000+5\times5\,000=49\,000$ (元).
∴ $43\,000<46\,000<49\,000$, ∴ 建设 1 个大型租赁点, 7 个小型租赁点最省钱.

全章综合训练

刷中考

1. A 【解析】∵ 初始时, 两杯水的质量分别为 a 克和 b 克, ∴ 加入 c 克水后, 两杯水的质量分别变为 $(a+c)$ 克和 $(b+c)$ 克. ∵ $a>b$, ∴ $a+c>b+c$, 故选 A.

2. C 【解析】 $\frac{1}{2}x+1\leq2$, 移项, 得 $\frac{1}{2}x\leq2-1$, 即 $\frac{1}{2}x\leq1$, 系数化为 1, 得 $x\leq2$, 解集在数轴上表

思路分析
先求出不等式组的解集为 $a-1<x\leq5$, 然后根据所有整数解的和为 14, 列出关于 a 的不等式组, 求出 a 的取值范围即可求得答案.

易错警示
在数轴上表示不等式的解集, 注意包含端点值时要用实心圆点表示.

示为 $\overbrace{0\ 1\ 2\ 3\ 4}^{\rightarrow}$, 故选 C.

3. 0 (答案不唯一) 【解析】不等式整理得 $\frac{1}{2}x\leq$

$1-m$, 解得 $x\leq2-2m$. 因为不等式 $m-\frac{x}{2}\leq1-x$ 有正数解, 所以 $2-2m>0$, 解得 $m<1$, 所以 m 的值可以是 0, 故答案为 0 (答案不唯一).

4. B 【解析】A 选项, 原不等式组的解集为 $x>2$, 不符合题意; B 选项, 原不等式组无解, 符合题意; C 选项, 原不等式组的解集为 $x<-1$, 不符合题意; D 选项, 原不等式组的解集为 $-1<x<2$, 不符合题意. 故选 B.

5. B 【解析】解不等式 $2x-1<5$, 得 $x<3$. 因为关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1<5, \\ x<m+1 \end{cases}$ 的解集为 $x<3$, 所以 $m+1\geq3$, 所以 $m\geq2$. 故选 B.

6. 2 或 -1 【解析】 $\begin{cases} 2x+1>x+a, \text{①} \\ \frac{x}{2}+1\geq\frac{5}{2}x-9, \text{②} \end{cases}$ 解不等式 ①得 $x>a-1$, 解不等式 ②得 $x\leq5$. 因为不等式组有解, 所以 $a-1<x\leq5$. 因为所有整数解的和为 14, 所以不等式组的整数解为 5, 4, 3, 2 或 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, 所以 $1\leq a-1<2$ 或 $-2\leq a-1<-1$, 所以 $2\leq a<3$ 或 $-1\leq a<0$. 因为 a 为整数, 所以 $a=2$ 或 $a=-1$, 故答案为 2 或 -1.

7. 【解】 $\begin{cases} 4x-3\leq x, \text{①} \\ 3(x+1)>2x, \text{②} \end{cases}$ 解不等式 ①, 得 $x\leq1$, 解不等式 ②, 得 $x>-3$, 所以不等式组的解集为 $-3<x\leq1$, 它的所有负整数解为 -2, -1.

8. C 【解析】设答对 x 道题, 则答错或不答的题数为 $(20-x)$ 道. 根据题意得 $10x-5(20-x)\geq80$, 解得 $x\geq12$, ∴ x 的最小值为 12, ∴ 他至少要答对 12 道题. 故选 C.

9. 【解】任务一: 设 A 型号的新型垃圾桶的单价是 x 元/个, B 型号的新型垃圾桶的单价是 y 元/个.

根据题意得 $\begin{cases} 3x+2y=380, \\ 5x+4y=700, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=60, \\ y=100. \end{cases}$

答:A 型号的新型垃圾桶的单价是 60 元/个, B 型号的新型垃圾桶的单价是 100 元/个.

任务二:设购买 m 个 A 型号的新型垃圾桶,则购买 $(200-m)$ 个 B 型号的新型垃圾桶. 根据

题意得
$$\begin{cases} 60m+100(200-m) \leq 15\,300, \\ 200-m \geq \frac{2}{3}m, \end{cases}$$
 解得

$$\frac{235}{2} \leq m \leq 120. \because m \text{ 为正整数}, \therefore m \text{ 可以为}$$

118, 119, 120, \therefore 共有 3 种购买方案, 方案一: 购买 118 个 A 型号的新型垃圾桶, 82 个 B 型号的新型垃圾桶; 方案二: 购买 119 个 A 型号的新型垃圾桶, 81 个 B 型号的新型垃圾桶; 方案三: 购买 120 个 A 型号的新型垃圾桶, 80 个 B 型号的新型垃圾桶.

任务三: 方案一所需费用为 $60 \times 118 + 100 \times 82 = 15\,280$ (元); 方案二所需费用为 $60 \times 119 + 100 \times 81 = 15\,240$ (元); 方案三所需费用为 $60 \times 120 + 100 \times 80 = 15\,200$ (元). $\because 15\,280 > 15\,240 > 15\,200$, \therefore 购买 120 个 A 型号的新型垃圾桶, 80 个 B 型号的新型垃圾桶更省钱, 最低购买费用是 15 200 元.



1. D 【解析】不等式 $3x > 5$ 的解集为 $x > \frac{5}{3}$, 故 C

选项错误; $1 < \frac{5}{3}$, 则 $x = 1$ 不是不等式 $3x > 5$ 的

解, 故 A 选项错误; $2 > \frac{5}{3}$, 则 $x = 2$ 是不等式

$3x > 5$ 的一个解, 但不是唯一解, 故 B 选项错误, D 选项正确. 故选 D.

2. B 【解析】 $\because (n-1)x > 2-2n, \therefore (n-1)x > -2(n-1). \because$ 不等式的解集为 $x < -2, \therefore n-1 < 0$, 解得 $n < 1$, 故选 B.

3. D 【解析】由数轴可得, 该不等式组为
$$\begin{cases} x \leq 2, \\ x > -3. \end{cases}$$
 故选 D.

4. B 【解析】设第 7 次射击为 x 环. \because 射击环数

刷有所得

解决此类问题的关键在于正确解出不等式(组)的解集与方程的解, 再根据题目中对于解集与解的限制得到关于参数的不等式, 最后根据题目要求对应求解.

思路分析

先整理一元一次不等式, 再根据其解集为 $x < -2$ 即可确定 n 的取值范围.

最多为 10 环, \therefore 第 8 次, 第 9 次, 第 10 次最大射中环数都是 10 环, $\therefore 55 + (10-6-1) \times 10 + x > 92$, 解得 $x > 7$, \therefore 第 7 次射击起码要超过 7 环. 故选 B.

5. D 【解析】解不等式 $6-2x > 0$, 得 $x < 3$, 解不等式 $2(x+a) \geq x+3$, 得 $x \geq 3-2a, \therefore 3-2a \leq x < 3. \therefore$ 不等式组至少有 4 个整数解, $\therefore 3-2a \leq -1$, 解得 $a \geq 2$. 解方程 $1-3(y-2) = a$, 得 $y = \frac{7-a}{3}$.

\therefore 方程有非负整数解, $\therefore \frac{7-a}{3} \geq 0, \therefore a \leq 7$,

$\therefore 2 \leq a \leq 7$. 其中能使 $\frac{7-a}{3}$ 为非负整数的整数 a

的值为 4, 7, 共 2 个, 故选 D.

6. C 【解析】 $\because (a-2)x + a > 2, \therefore (a-2)x > 2-a$. 若点 A 在点 B 左侧, 则 $a-2 < 1$, 无法判断 $a-2$ 的符号, 故 A 选项错误; 若点 A 在点 B 右侧, 则 $a-2 > 1, \therefore a-2 > 0, \therefore$ 解集为 $x > -1$, 故 B 选项错误; 当 $x < -1$ 时, $a-2 < 0, \therefore$ 此时点 A 必在点 B 左侧, 故 D 选项错误, C 选项正确. 故选 C.

7. C 【解析】由 $a-2b+2=0$, 得 $b = \frac{a}{2} + 1$. 将 $b =$

$\frac{a}{2} + 1$ 代入 $-1 < a+2b+1 < 2$, 得 $-1 < a+2\left(\frac{a}{2}+1\right) +$

$1 < 2$, 解得 $-2 < a < -\frac{1}{2}$, 故 A 正确, 但不符合题

意. $\because -2 < a < -\frac{1}{2}, \therefore 0 < \frac{1}{2}a + 1 < \frac{3}{4}$, 即 $0 < b < \frac{3}{4}$,

故 B 正确, 但不符合题意. $\because -2 < a < -\frac{1}{2}, 0 < b <$

$\frac{3}{4}, \therefore -6 < 3a < -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} < -2b < 0, \therefore -7.5 < 3a -$

$2b < -1.5$, 故 C 错误, 符合题意. $\because 0 < b < \frac{3}{4}$,

$\therefore 0 < 2b < \frac{3}{2}, \therefore -6 < 3a + 2b < 0$, 故 D 正确, 但不

符合题意. 故选 C.

8. C 【解析】解方程组
$$\begin{cases} 3x+2y=m+1, \\ 4x+3y=m-1, \end{cases}$$
 得

$$\begin{cases} x=m+5, \\ y=-m-7. \end{cases} \therefore \text{方程组的解} \begin{cases} x=m+5, \\ y=-m-7 \end{cases} \text{满}$$

$$\begin{cases} 2(y+4)-(3x-1) \leq 0, \\ x-y-10 \leq 0, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2(-m-7+4)-[3(m+5)-1] \leq 0, \\ (m+5)-(-m-7)-10 \leq 0, \end{cases}$$

$\therefore -4 \leq m \leq -1, \therefore 1 \leq m+5 \leq 4, -6 \leq -m-7 \leq -3$, 即 $1 \leq x \leq 4, -6 \leq y \leq -3, \therefore 1 \leq |x| \leq 4, 3 \leq |y| \leq 6, \therefore$ 三角形 AOB 面积的最大值为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$. 故选 C.

9. $x+x+1+x+2 \geq 21$ 【解析】满足条件的最小自然数为 x , 则根据题意得 $x+x+1+x+2 \geq 21$. 故答案为 $x+x+1+x+2 \geq 21$.

10. $m < -5$ 【解析】由题意得 $m-2 > 3m+8$, 解得 $m < -5$, 故答案为 $m < -5$.

11. 二 【解析】当 $m > 0, 2m-5 > 0$ 时, 解得 $m > \frac{5}{2}$, 此时 M 在第一象限; 当 $m > 0, 2m-5 < 0$ 时, 解得 $0 < m < \frac{5}{2}$, 此时 M 在第四象限; 当 $m < 0, 2m-5 < 0$ 时, 解得 $m < 0$, 此时 M 在第三象限; 当 $m < 0, 2m-5 > 0$ 时, 无解. 综上可知, M 不可能在第二象限. 故答案为二.

12. 1 098 9 360 【解析】根据题意可得, 最小的“九九数”千位上的数字为 1, 则个位上的数字为 8, 百位上的数字为 0, 则十位上的数字为 9, \therefore 最小的“九九数”为 1 098. 设“九九数” M 千位上的数字为 a , 则个位上的数字为 $9-a$, 百位上的数字为 b , 则十位上的数字为 $9-b$, 且 $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9, \therefore M = 1\,000a + 100b + 10(9-b) + 9-a = 999a + 90b + 99 = 13 \times 76a + 11a + 13 \times 7b - b + 13 \times 7 + 8 = 13(76a + 7b + 7) + 11a - b + 8$. 若“九九数” M 能被 13 整除, 则 $11a - b + 8$ 能被 13 整除. 设 $11a - b + 8 = 13k, \therefore 1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9, \therefore 11 \leq 11a \leq 99, -9 \leq -b \leq 0, \therefore 10 \leq 11a - b + 8 \leq 107$, 则 $1 \leq k \leq 8$ 且 k 为整数, \therefore 当 $k = 8$, 即 $11a - b + 8 = 104$ 时, M 取得最大值, 此时 $a = 9, b = 3, \therefore M$ 的最大值为 $999a + 90b + 99 = 999 \times 9 + 90 \times 3 + 99 = 9\,360$. 故答案为 1 098, 9 360.

关键点拨

理解程序图, 列出相应的方程组和不等式组是解题关键.

思路分析

由数轴得 $x > 3m+8$, 根据 $x = m-2$ 是该不等式的一个解得出 $m-2 > 3m+8$, 据此进一步求解即可.

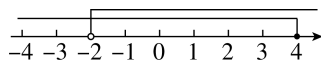
关键点拨

最小的“九九数”可由定义直接推理得出, 能被 13 整除的最大的“九九数”则需先设参表示这个四位数, 然后根据不同数位上的参数的取值范围及整除的特点才能得到满足条件的最大的“九九数”.

13. 【解】(1) 解不等式①, 得 $x > -2$, 故答案为 $x > -2$.

(2) 解不等式②, 得 $x \leq 4$, 故答案为 $x \leq 4$.

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来如下:



(4) 原不等式组的解集为 $-2 < x \leq 4$. 故答案为 $-2 < x \leq 4$.

14. 【解】(1) 根据题意得 $\begin{cases} a+b=3, \\ -a+b=9, \end{cases}$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-3, \\ b=6. \end{cases}$$

(2) 根据题意得 $-3x+6 > 0$,

解得 $x < 2$, 则满足条件的最大整数 $x = 1$.

(3) 存在. 根据题意得 $\begin{cases} -3x+6 \leq 0, \\ -3(-3x+6)+6 > 0, \end{cases}$ 解得

$2 \leq x < 4. \therefore x$ 为正整数,

\therefore 符合条件的 x 的值为 2 和 3.

15. 【解】(1) $\because 480 \div 25 = 19 \cdots 5, \therefore$ 需要 25 座客车 $19+1 = 20$ (辆), 则费用为 $20 \times 205 = 4\,100$ (元);

$\because 480 \div 45 = 10 \cdots 30, \therefore$ 需要 45 座客车 $10+1 = 11$ (辆), 则费用为 $11 \times 370 = 4\,070$ (元).

$\because 4\,070 < 4\,100, \therefore$ 租用 45 座客车更划算.

(2) 45 座客车最少需租用 6 辆, 这样的租车方式比单独租用一种客车合算. 理由如下: 设 45 座客车需租用 x 辆, 则 25 座客车需租用 $(x+3)$ 辆. 由题意得 $45x + 25(x+3) \geq 480$,

解得 $x \geq 5 \frac{11}{14}, \therefore x$ 为整数, \therefore 45 座客车最少

需租用 6 辆, 此时 25 座客车需租用 9 辆, 费用为 $6 \times 370 + 9 \times 205 = 4\,065$ (元).

$\because 4\,065 < 4\,070, \therefore$ 这样的租车方式比单独租用一种客车合算.

(3) 有更加省钱的方案, 租用 12 辆 25 座客车和 4 辆 45 座客车. 设 25 座客车需租用 m 辆, 45 座客车需租用 n 辆. 由题意得 $25m + 45n = 480$, 整理得 $5m + 9n = 96. \therefore m, n$ 为正整

$$\text{数}, \therefore \begin{cases} m=3, \\ n=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=12, \\ n=4. \end{cases}$$

当 $m=3, n=9$ 时, 费用为 $3 \times 205 + 9 \times 370 = 3\,945$ (元); 当 $m=12, n=4$ 时, 费用为 $12 \times 205 + 4 \times 370 = 3\,940$ (元). $\therefore 3\,940 < 3\,945 < 4\,065$,

\therefore 租用 12 辆 25 座客车和 4 辆 45 座客车, 正好坐 480 人, 需要 3 940 元, 更加省钱.

- 16. 【解】**(1) $\because x > 2$ 的解都不是 $x < -3$ 的解, $\therefore x > 2$ 是 $x < -3$ 的“相斥不等式”; $\because x < -2$ 的解有可能是 $x < -3$ 的解, $\therefore x < -2$ 不是 $x < -3$ 的“相斥不等式”; $\because x \geq -3$ 的解都不是 $x < -3$ 的解, $\therefore x \geq -3$ 是 $x < -3$ 的“相斥不等式”. 故答案为①③.

思路分析

(3) 设 25 座客车需租用 m 辆, 45 座客车需租用 n 辆.

由题意“不管怎样租车都不让座位空余”列出二元一次方程, 求出正整数解, 进而得出答案.

(2) 解不等式 $3x + a \leq 4$, 得 $x \leq \frac{4-a}{3}$;

解不等式 $2-3x < 0$, 得 $x > \frac{2}{3}$;

解不等式 $x+2 \geq \frac{1}{2}x+1$, 得 $x \geq -2$.

根据“相斥不等式”的定义得
$$\begin{cases} \frac{4-a}{3} \leq \frac{2}{3}, \\ \frac{4-a}{3} < -2, \end{cases} \quad \text{解}$$

得 $a > 10$, 故 a 的取值范围为 $a > 10$.

(3) $\because x \geq 4$ 是关于 x 的不等式 $kx+3 > 0$ 的“相斥不等式”, $\therefore k < 0$. 解不等式 $kx+3 > 0$, 得 $x < -\frac{3}{k}$, $\therefore -\frac{3}{k} \leq 4$, 解得 $k \leq -\frac{3}{4}$.

第十二章 数据的收集、整理与描述

12.1 统计调查

12.1.1 全面调查



- 1. C 【解析】**“每人在自己选定的选项代号上画‘√’”属于实施调查, 故选 C.

- 2. C 【解析】**只有选择②③④⑤时, 调查问卷的选项之间才没有交叉重合. 故选 C.

- 3. 【解】**(1) 填表如下:

特色景点	划记 (画“正”字)	人数
A	正正正	14
B	正下	8
C	正丁	7
D	下	3

(2) 由表可知该班同学喜欢去天井峡景区游玩的人数最多. 故答案为 A.

- 4. ①③④ 【解析】**①学校招聘教师, 对应聘人员进行面试, 适合采用全面调查; ②了解全国中学生的视力和用眼卫生情况, 人数较多, 不适合全面调查; ③了解全班 50 名同学每天体育锻炼的时间, 人数较少, 适合采用全面调

关键点拨

选项的设计不能互相包含、交叉或者重复.

查; ④为保证神舟十九号载人飞船成功发射, 对其零部件进行检查, 事关重大, 适合采用全面调查. 故答案为①③④.

- 5. 【解】**(1) 小龙采取的方法是全面调查.

(2) 小龙采取的方法不合适, 原因是检验火柴是否好用具有破坏性, 并不适合全面调查.

- 6. ②③ 【解析】**每名考生的中考数学成绩是个体, 这 3.9 万名考生的中考数学成绩是总体, 故①错误, ②③正确.

12.1.2 抽样调查



- 1. 【解】**(1) 抽样调查. (2) 全面调查. (3) 抽样调查. (4) 全面调查.

- 2. D 【解析】**这次调查的样本容量是 800, 故选 D.

- 3. 【解】**(1) 由题意可得, 该同学采用的调查方式是抽样调查, 故答案为抽样调查.

(2) $45+33+15+5+2=100$ (人), \therefore 近一个月内全校 1 000 名学生的图书馆借书情况是总体, 每名学生的图书馆借书情况是个体, 所抽取的 100 名学生的图书馆借书情况是总体的一个样本, 样本容量是 100.